CAMTP

Center for Applied Mathematics and Theoretical Physics
Univerza v Mariboru • University of Maribor
Mladinska 3 • SI-2000 Maribor • Slovenia
Phone +(386) (2) 2355 350 and 2355 361 • Fax +(386) (2) 2355 360
www.camtp.uni-mb.si

February 11, 2026

Review of the PhD Dissertation by Zhanar Artykbayeva "Spectral Analysis of Self-Adjoint Differential–Algebraic Operators with Boundary Terms"

The PhD dissertation is devoted to the study of differential-algebraic equations and operators with boundary terms. The research topic is highly relevant to modern mathematical analysis and operator theory, particularly in connection with boundary value problems involving algebraic constraints and spectral parameter dependence.

The dissertation develops an operator-theoretic framework for the analysis of boundary value problems for differential-algebraic equations with algebraic components. Special attention is given to the influence of boundary terms on the structural and spectral properties of the associated operators. The investigation of self-adjoint differential-algebraic operators with boundary terms constitutes a central part of the work and represents a substantial contribution to the theory of differential operators and spectral analysis.

The dissertation addresses the correct formulation of boundary value problems for differential equations with algebraic terms and boundary interactions. It consists of three chapters. The analytic structure of the resolvents of the considered operators is identified, and the meromorphicity of these resolvents is rigorously established. Projectors onto the eigensubspaces of the corresponding differential boundary operators with algebraic terms are constructed, and classes of self-adjoint operators of this type are characterized.

The operators under investigation are closely connected with eigenvalue problems for differential equations whose boundary conditions depend on the spectral parameter. In the final part of the dissertation, the Riesz basis property of the system of eigenfunctions is proved for such boundary value problems in the case of second-order differential equations with variable coefficients. This result is of particular importance for the completeness and stability of spectral decompositions.

Overall, the dissertation represents a coherent and complete scientific work in which nontrivial and mathematically significant problems in spectral theory, operator theory, and the theory of differential equations are successfully solved.

The problems studied are of interest both to researchers in pure mathematics, especially in spectral analysis and functional analysis, and to specialists working in applied mathematics where differential-algebraic models arise naturally.

The main results of the dissertation are original and obtained by the author. The work is characterized by a high level of mathematical rigor: definitions are precise, statements are

Scanned with CamScanner

clearly formulated, and proofs are logically consistent and well structured. The author demonstrates a solid command of functional analysis, operator theory, and the theory of differential equations.

The dissertation is well organized and clearly written. The material is presented in a systematic manner, and the conclusions follow naturally from the developed theory.

To conclude, the dissertation contains significant and original results that fully meet the requirements for the award of the PhD degree. I strongly recommend that the dissertation by Zhanar Artykbayeva entitled "Spectral Analysis of Self-Adjoint Differential-Algebraic Operators with Boundary Terms" be accepted and approved for public defense.

Valery Romanovski
Professor, Ph.D. and D.Sc.
Member of the European Academy of Sciences and Arts



Scanned with CamScanner

CAMTP

ЦЕНТР ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
Университет Марибора
MLADINSKA 3 • SI-2000 МАРИБОР • СЛОВЕНИЯ
Телефон +(386) (2) 2355 350 и 2355 361 • Факс +(386) (2) 2355 360
www.camtp.uni-mb.si

11 февраля 2026 г.

Рецензия на PhD диссертацию Жанар Артыкбаевой
«Спектральный анализ самосопряжённых дифференциально-алгебраических операторов с граничными членами»

Докторская диссертация посвящена исследованию структуре дифференциально-алгебраических уравнений с краевыми условиями. Тема исследования является весьма актуальной для современной математической аналитики и теории операторов, особенно в связи с краевыми задачами, включающими алгебраические ограничения и зависимость от спектрального параметра.

В диссертации разработана операторно-теоретическая основа для анализа краевых задач для дифференциально-алгебраических уравнений с алгебраическими компонентами. Особое внимание уделяется влиянию краевых условий на структурные и спектральные свойства соответствующих операторов. Исследование самосопряжённых дифференциально-алгебраических операторов с краевыми условиями составляет центральную часть работы и представляет собой существенный вклад в теорию дифференциальных операторов и спектральный анализ.

В диссертации рассматривается корректная постановка краевых задач для дифференциальных уравнений с алгебраическими условиями и граничными взаимодействиями. Работа состоит из трёх глав. Определена аналитическая структура резольвент рассматриваемых операторов, и строго установлена их мероморфность. Построены проекторы на собственные подпространства соответствующих дифференциальных краевых операторов с алгебраическими условиями, а также охарактеризованы классы самосопряжённых операторов данного типа.

Исследуемые операторы тесно связаны с задачами на собственные значения для дифференциальных уравнений, краевые условия которых зависят от спектрального параметра. В заключительной части диссертации доказано свойство базиса Рисса системы собственных функций для таких краевых задач в случае дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами. Этот результат имеет особое значение для полноты и устойчивости спектральных разложений.

В целом диссертация представляет собой целостную и завершённую научную работу, в которой успешно решены нетривиальные и математически значимые задачи спектральной теории, теории операторов и теории дифференциальных уравнений.

Рассматриваемые задачи представляют интерес как для исследователей в области чистой математики, особенно спектрального анализа и функционального анализа, так и для специалистов, работающих в прикладной математике, где дифференциально-алгебраические модели возникают естественным образом.

Scanned with CamScanner

Основные результаты диссертации являются оригинальными и получены автором. Работа характеризуется высоким уровнем математической строгости: определения точны, утверждения чётко сформулированы, а доказательства логически последовательны и хорошо структурированы. Автор демонстрирует глубокое владение функциональным анализом, теорией операторов и теорией дифференциальных уравнений.

Диссертация хорошо организована и ясно изложена. Материал представлен систематически, а выводы естественным образом следуют из разработанной теории.

В заключение следует отметить, что диссертация содержит значительные и оригинальные результаты, полностью соответствующие требованиям для присуждения степени PhD. Я настоятельно рекомендую принять диссертацию Жанар Артыкбаевой под названием «Спектральный анализ самосопряжённых дифференциально-алгебраических операторов с граничными членами» и допустить её к публичной защите.

Валерий Романовский
Профессор, Ph.D. и D.Sc.
Член Европейской академии наук и искусств

Scanned with CamScanner